

Element 2: «Mathematische Gespräche» – Beispiel für die 2. Klasse

Thema «Verwandte Rechnungen» (Multiplikation)

Verankerung im Lehrmittel «Mathematik Primarstufe 2»

Beim Thematisieren von Rechnungen, die im Zusammenhang mit anderen Rechnungen stehen, ergeben sich interessante Gesprächsanlässe. Folgend zwei exemplarische Aufgaben aus dem Thema Multiplikation «Verwandte Rechnungen» (Mathematik Primarstufe Handbuch ab S. 255; Themenbuch S. 58/59): Grundlage für alle (1. Verwandte Rechnungen) und Zur Auswahl (2. Aus eins mach zwei). Ausgehend von diesen Aufgaben lassen sich unterschiedliche Gespräche initiieren.

Mal und Durch – Verwandte Rechnungen

Grundlage für alle

1. Verwandte Rechnungen
Die Kinder nutzen Netzwerkbeziehungen (verwandte Rechnungen) zur Berechnung von Multiplikationen.

Verwandte Multiplikationen
Die Lehrperson notiert eine Multiplikation mit Resultat auf der Wandtafel.
«Diese Malrechnung hat viele Verwandte.»
Die Kinder nennen verwandte Multiplikationen und erklären, inwiefern diese mit der Multiplikation auf der Wandtafel verwandt sind.
«3 mal 7 ist eine Nachbarrechnung von 4 mal 7.»
«7 mal 4 ist die Tauschrechnung.»
«2 mal 7 ist auch verwandt. Es ist die Hälfte von 4 mal 7.»
«5 mal 7 ist auch ein Nachbar.»
«Verwandte Multiplikationen haben etwas miteinander zu tun.»

Arbeit mit dem Themenbuch (Seiten 58 und 59)
Aufgaben 1 und 2: Zu gegebenen Malrechnungen Verwandte aufschreiben.

Mathematik 2 Primarstufe, Handbuch 257

(Mathematik Primarstufe 2, HB, S. 257)

Mal und Durch – Verwandte Rechnungen

Material
Kopiervorlage K25

Zur Auswahl

2. Aus eins mach zwei
Die Kinder zerschneiden Punktefelder und notieren die dazu passenden Multiplikationen.

Die Kinder notieren eine Multiplikation mit dem Resultat. Sie schneiden aus K25 ein passendes Punktefeld aus.
Sie zerschneiden das Punktefeld einmal und notieren die beiden dazu passenden Multiplikationen. Die Resultate der beiden Multiplikationen werden addiert.
«Vergleiche die erhaltene Summe mit dem Resultat der ursprünglichen Malrechnung.»
«Erkläre, warum beide Resultate gleich sind.»

Hinweis:
Durch das Zerschneiden von Punktefeldern können die Kinder handelnd erste Erfahrungen zum Distributivgesetz machen.
Die Gleichung $7 \cdot 7 = 7 \cdot 4 + 7 \cdot 3$ kann verallgemeinert in der Form $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ dargestellt werden. Hier geht es allerdings noch nicht um abstrakte Gesetze, sondern darum, dass die Kinder spielerisch erfahren, dass man ein Punktefeld in zwei Punktefelder zerschneiden und so eine Multiplikation in zwei Teilaufgaben mit je einem kleineren Faktor zerlegen kann.

Mathematik 2 Primarstufe, Handbuch 258

(Mathematik Primarstufe 2, HB, S. 258)

Zentrale fachliche Kernelemente im Thema «Verwandte Rechnungen» (Multiplikation)

- Grundvorstellung zeitlich-sukzessiv
- Grundvorstellung räumlich-simultan
- Multiplikationen am Punktefeld, verdoppeln und halbieren
- Basisfakten (Schlüsselrechnungen: Multiplikationen mit 0, 1, 2, 5, 10, Verdopplungen)
- Verwandte Rechnungen
 - Nachbarrechnungen (Distributivgesetz, $3 \cdot 8, 4 \cdot 8 (3 \cdot 8 + 1 \cdot 8)$)
 - Tauschrechnungen (Kommutativgesetz, $3 \cdot 8 = 8 \cdot 3$)
 - Gesetz der Konstanz des Produktes (Gegensinniges Verändern, $3 \cdot 8 = 6 \cdot 4$)
- Zerlegung, Distributivgesetz

Beispiel 1 Arbeit zu zweit mit Mathematik Primarstufe 2, Handbuch, S. 257 (Verwandte Rechnungen)

Ausgangspunkt Klassengespräch mit der Grundlage für alle «Verwandte Rechnungen»

Damit die Schülerinnen und Schüler eine Idee davon haben, wie sie zu zweit ein Fachgespräch über einen mathematischen Gegenstand führen können, ist es sinnvoll, dass die Lehrperson Klassengespräche organisiert und dabei modelliert, wie man über mathematische Begebenheiten sprechen kann. Im vorliegenden Thema ist das Ziel, Beziehungen zwischen den Multiplikationen zu erkennen, benennen, begründen und flexibilisieren, damit diese Zusammenhänge später beim Lösen von anspruchsvollen Multiplikationen genutzt werden können. Die Schülerinnen und Schüler betrachten dazu zu einer Multiplikation (z.B. $4 \cdot 7$) verwandte Rechnungen (Bearbeitung der Grundlage für alle, Handbuch 2, S. 255). Gemeinsam werden Beziehungen zu anderen Multiplikationen versprachlicht.

Gespräch zu zweit

Die Schülerinnen und Schüler notieren gemäss Grundlage für alle (Handbuch 2, S. 257) im Anschluss an das Klassengespräch, in dem es um die Multiplikation $4 \cdot 7$ ging, zu einer weiteren Rechnung (z.B. $6 \cdot 8$) individuell möglichst viele verwandte Rechnungen. Diese individuellen Dokumente bilden den Ausgangspunkt für ein Gespräch. Die Schülerinnen und Schüler betrachten in Paaren eine Bearbeitung, beschreiben und begründen die Beziehungen zwischen den Rechnungen mit den vorgängig erarbeiteten Sprachmitteln. Die Beziehungen zwischen den Rechnungen notieren sie und ergänzen zusammen weitere verwandte Rechnungen.

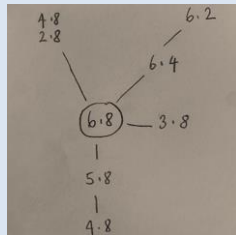
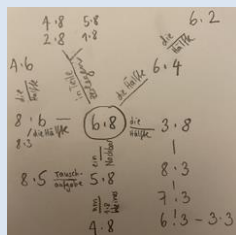


Abb. 1: Beispiels eines Ausgangspunktes

Beschreiben und Begründen von Zusammenhängen

- Kind A «Meine Malrechnung ist 6 mal 8. Sie ist verwandt mit 5 mal 8. 5 mal 8 ist um 1 mal 8 weniger als 6 mal 8. 5 mal 8 hat eine Punktereihe mit acht Punkten weniger als 6 mal 8. Das Resultat der Malrechnung ist 8 weniger. Es ist eine Nachbarrechnung.»
- Kind B «Das ist auch so bei 4 mal 8. Es ist eine Nachbarrechnung von 5 mal 8 und hat im Resultat 8 weniger als 5 mal 8.»
- Kind A «Ich habe 6 mal 8 in Teile zerlegt. In 4 mal 8 und 2 mal 8. 2 mal 8 ist einfach, weil es eine Schlüsselrechnung ist. 4 mal 8 ist das Doppelte von 2 mal 8.»
- Kind B «Ich sehe nicht, was du bei 6 mal 8 und 6 mal vier gemacht hast.»
- Kind A «Ich habe bei 6 mal 8 die zweite Zahl halbiert. 6 mal 4 ist die Hälfte von 6 mal 8. Von 6 mal 4 kann ich nochmals die Hälfte notieren, das ist 6 mal 2.»
- ...



Gemeinsame Weiterentwicklung einer Arbeit

- Kind A «Ich notiere bei 6 mal 8 die Tauschrechnung 8 mal 6. Es ist eine Tauschrechnung, weil sie das gleiche Punktfeld hat, einfach gedreht angeschaut.»
- Kind B «Ich habe 6 mal 8 in 4 mal 8 und 2 mal 8 zerlegt. Man kann auch in 5 mal 8 und 1 mal 8 zerlegen.»
- Kind A «3 mal 8 ist eine weitere verwandte Rechnung, weil es das halbe Punktfeld ist.»
- ...

Lernbegleitung durch die Lehrperson während des Gesprächs

Während dem Gespräch gibt die Lehrperson passende Hinweise, damit das Gespräch der Schülerinnen und Schülern geeignete fachliche Richtungen einnimmt. Zum Beispiel:

- «Ihr wisst nicht mehr wie das heisst? Schaut mal bei den Sprachkarten nach.»
- «Sucht (hier) nach weiteren verwandten Rechnungen.»; «Wo ginge es noch weiter?»; «Wie heissen eure verwandten Rechnungen?»; «Ihr habt Nachbarrechnungen gefunden. Findet weitere andere verwandte Rechnungen.»
- «Vielleicht hilft es euch, wenn ihr die Malrechnungen wie auf der Einmaleins-Tabelle nebeneinander notiert?»; «Welche Rechnungen sind einfach? Warum sind diese einfach? Markiert die einfachen Rechnungen.»
- «Warum wisst ihr, dass es das Doppelte ist?»; «Warum wisst ihr, dass es eine verwandte Rechnung ist? Könnt ihr das auf dem Punktfeld zeigen?»; «Wie würde die Nachbarrechnung / das Doppelte / die Hälfte / die Tauschrechnung auf dem Punktfeld aussehen?»; «Gibt es immer gleich viele verwandte Rechnungen?»; «Haben alle Malrechnung verwandte Rechnungen?»; «Hat jede Malrechnung eine Tauschrechnung?»; «Könnt ihr immer die Hälfte / das Doppelte nehmen, warum?»; «Erklärt, warum ihr sicher seid, dass es dasselbe Resultat ergibt.»
- «Was nützt es euch, wenn ihr wisst, dass 6 mal 8 mit 5 mal 8 verwandt ist?»; «Was nützt euch das Wissen, dass eine Rechnung viele verwandte Rechnungen hat?»; «Welche verwandten Rechnungen sind besonders wichtig, warum?»;

Abb. 2: Weiterentwickelte Schülerinnen- und Schülerarbeiten

Weiterarbeit: Fokussierung im Klassengespräch

In einem möglichen gemeinsamen Klassengespräch zum Abschluss werden die wichtigsten fachlichen Erkenntnisse noch einmal fokussiert. Dabei können ausgewählte bedeutende Fragen der Lernbegleitung im Zentrum stehen (z.B. «Haben alle Malrechnungen verwandte Rechnungen?»; «Was nützt es uns, wenn wir wissen, dass 6 mal 8 mit 5 mal 8 verwandt ist?»; «Was nützt uns das Wissen, dass eine Rechnung viele verwandte Rechnungen hat?»; «Welche verwandten Rechnungen sind besonders wichtig, warum?»).

Beispiel 2 Klassengespräch mit Mathematik Primarstufe 2, Handbuch, S. 258 (Aus eins mach zwei)

Ausgangspunkt: Individuelle Arbeit zu «Aus eins mach zwei» (Handbuch, S. 258)

Die Schülerinnen und Schüler haben innerhalb der Aufgabe «Aus eins mach zwei» (Handbuch, S. 258) Multiplikationen in Punktefeldern dargestellt und die Punktefelder zerschnitten. Damit konnten sie erste Erfahrungen mit dem Distributivgesetz sammeln.

Als Vorbereitung für das Klassengespräch stellen die Schülerinnen und Schüler $7 \cdot 8$ mit dem Punktefeld dar und zerschneiden das Punktefeld in Teile. Damit wird die Multiplikation $7 \cdot 8$ in Teilrechnungen zerlegt.

Klassengespräch

Anschließend an die individuelle Bearbeitung wird anhand der Multiplikation $7 \cdot 8$ (oder einer anderen Multiplikation) erarbeitet, dass eine Multiplikation verschieden (bzw. beliebig) zerlegt werden kann. Diese Erkenntnis soll künftig zur Bestimmung von Resultaten von Multiplikationen genutzt werden.

Verschiedene Zerlegungen werden gesammelt, beschrieben und verglichen

- «Wir betrachten gemeinsam das Punktefeld zur Multiplikation 7 mal 8. Wie können wir das Punktefeld auseinanderschneiden?»
- «Gibt es noch weitere Möglichkeiten?»
- «Hat jemand das Punktefeld so zerlegt, dass die 8 aufgeteilt wurde?»
- «Gibt es Beispiele, die zusammengehören? Warum gehören sie zusammen?»
- «Gibt es Beispiele, die nichts miteinander zu tun haben? Warum haben sie nichts miteinander zu tun?»
- «Wie können die Beispiele geordnet werden?»
- ...

Verschiedene Zerlegungen werden gesammelt, zum Beispiel:

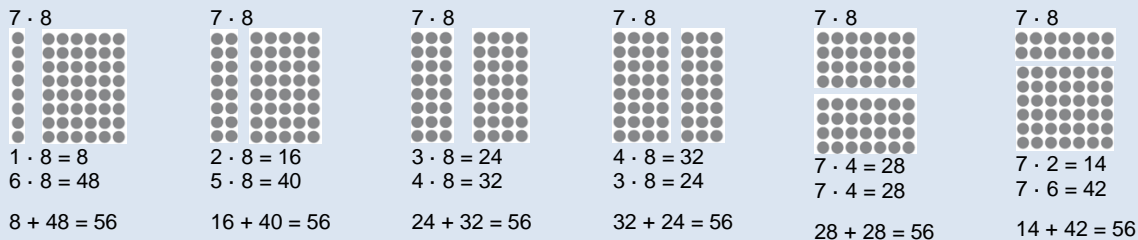


Abb. 3: Beispiele von Zerlegungen der Multiplikation $7 \cdot 8$

Die Zerlegungen werden betrachtet.

- «Vergleicht das Resultat (Summe) mit dem Resultat von 7 mal 8. Erkläre, warum es das gleiche Resultat ergibt.»
- «Wo sehen wir die beiden Malrechnungen auf dem Punktefeld?»

Ausgewählte Zerlegungen werden beschrieben

- «Vergleicht die Zerlegung ($2 \cdot 8$ und $5 \cdot 8$; $3 \cdot 8$ und $4 \cdot 8$). Was ist gleich, was ist anders? Wo seht ihr das auf dem Punktefeld? Wo seht ihr das bei den Malrechnungen?»
- «Vergleicht die Zerlegung ($3 \cdot 8$ und $4 \cdot 8$; $4 \cdot 8$ und $3 \cdot 8$). Was ist gleich, was ist anders? Wo seht ihr das auf dem Punktefeld? Wo seht ihr das bei den Malrechnungen?»
- «Beschreibt die beiden Rechnungen (Nachbarrechnungen, die Hälfte / das Doppelte, Tauschrechnung, Schlüsselrechnung).»
- «Könnte auch anders zerlegt werden (zum Beispiel in drei Teile)?»
- «Ist es egal, wie man eine Multiplikation zerlegt? Warum?»
- ...

Zerlegungen werden auf ihre Bedeutung hin untersucht

- «Wo ist so zerschnitten, dass die beiden Rechnungen einfach sind? Welche sind einfach? Warum sind diese einfach? Markieren wir sie.»
- «Was nützt es uns, wenn wir wissen, dass 7 mal 8 in verschiedene Teile zerschnitten werden kann?»
- «Was haben wir nun gelernt, das uns später bei anderen Rechnungen helfen kann?»; «Ohne, dass wir die Malrechnung $9 \cdot 12$ ausrechnen, wie könnten wir sie lösen?»
- ...

Weiterarbeit mit Gesprächen zu zweit

In einem anschließenden Zweiergespräch zerlegen die Schülerinnen und Schüler dieselbe Multiplikation (mit dem Punktefeld und formale Notation der Teilrechnungen) mehrmals. Anschließend beschreiben und vergleichen sie die Zerlegungen. Dabei diskutieren sie insbesondere über einfache Teilrechnungen (z.B. Schlüsselrechnung, Halbierungen, Verdopplungen).

Sie kleben die Lösungen in einer für sie sinnvollen Anordnung auf und wählen diejenige Lösung aus, die sie am besten finden, bzw. diejenige die besonders einfache Teilrechnungen aufweist und begründen (z. B. schriftlich) ihre Wahl.

Zitation

Diener, Marion und Sandra von Grünigen. 2024. *Mustersetting sprachbewusster Mathematikunterricht (Primarstufe). Anhang Element 2: «Mathematische Gespräche» – Beispiel für die 2. Klasse*. Zürich: Bildungsdirektion Kanton Zürich und Fachbereich Mathematik der Pädagogischen Hochschule Zürich.