



QUIMS-Schwerpunkt «Beurteilen und Fördern mit Fokus auf Sprache»
Themenfeld 6: Sprachbewusster Mathematikunterricht

Element 3: «Sprachliche Anforderungen in Aufgabenstellungen» – Beispiel für die 5. Klasse

Thema «Multiplizieren»

Verankerung im Lehrmittel «Mathematik Primarstufe 5»

Das Repertoire an Regenstrategien zum Lösen von Multiplikationen wird über verschiedene Themen und Schuljahre hinweg aufgebaut. Im Lehrmittel Mathematik Primarstufe, Thema «Multiplikation» in der 5. Klasse, werden bereits angesprochene Strategien wieder aufgenommen, vertieft und diskutiert, damit die Schülerinnen und Schüler diese flexibel und gezielt anzuwenden lernen. Das Thema ist im Handbuch der 5. Klasse ab S. 131 und im Themenbuch ab S. 52 zu finden, z. B. Folgend exemplarische Aufgabenstellungen aus dem Thema «Multiplizieren» (Handbuch ab S. 235; Themenbuch ab S. 52; Arbeitsheft ab S. 8):

Multiplizieren

2. Rechne die verwandten Multiplikationen aus.

a) $8 \cdot 9 = 72$ Deshalb weiss ich auch: 80 · 90 = 800 · 900 = 8 · 9000 = 90 · 800 =	b) $5 \cdot 60 = 300$ Deshalb weiss ich auch: 500 · 600 = 5000 · 60 = 50 · 6000 = 500 · 6000 =
c) $30 \cdot 7 = \dots\dots\dots$ Deshalb weiss ich auch: 30 · 700 = 30 · 14 = 30 · 28 = 60 · 700 =	d) $2 \cdot 500 = \dots\dots\dots$ Deshalb weiss ich auch: 20 · 500 = 20 · 250 = 200 · 500 = 400 · 250 =
e) $6 \cdot 9000 = \dots\dots\dots$ Deshalb weiss ich auch: 3 · 9000 = 12 · 9000 = 6 · 18000 = 60 · 1800 =	f) $8 \cdot 25 = \dots\dots\dots$ Deshalb weiss ich auch: 80 · 250 = 8 · 75 = 80 · 750 = 16 · 250 =
g) $80 \cdot 60 = \dots\dots\dots$ Deshalb weiss ich auch: 80 · 120 = 160 · 60 = 800 · 600 = 400 · 120 =	h) $90 \cdot 50 = \dots\dots\dots$ Deshalb weiss ich auch: 90 · 25 = 90 · 2500 = 45 · 500 = 45 · 25 =

9

(Mathematik Primarstufe 5, AH, S. 9)

5. Ergänze die fehlenden Zahlen im Rechenprotokoll.

a)	b)
$90 : 831$	$2504 : 400$
$9 : 831$	$4 : 2500 =$
	$4 : 4 =$
$10 : =$	$4 : 2504 =$
	$100 =$
c)	d)
$800 : 756$	$12 : 50113$
$800 : 6 =$	$10 : 50113 =$
$800 : 50 =$	$2 : 50113 =$
$800 : 700 =$	
e)	f)
$75 : 3070$	$56 : 579$
$70 : 3000 =$	$5 : 579$
$5 : 3000 =$	$6 : 579$
$70 : 70 =$	
$5 : 70 =$	

12

(Mathematik Primarstufe 5, AH, S. 12)

Durch diese schriftlich bzw. mündlich formulierten Aufgabenstellungen befassen sich die Schülerinnen und Schüler mit bedeutenden fachlichen Konzepten z. B.

Zentrale fachliche Kernelemente im Thema «Multiplikation»

- Grundvorstellung zeitlich-sukzessiv
- Grundvorstellung räumlich-simultan
- Multiplikationen am Punktefeld, verdoppeln und halbieren
- Rechenstrategien, Ableitungsstrategien
- Rechengesetze (Distributivgesetz, Kommutativgesetz, Gesetz der Konstanz des Produktes)

Beispiel von sprachlichen Anforderungen in Aufgaben aus Mathematik Primarstufe 5, Arbeitsheft, S. 9

Aufgabe

2. Rechne die verwandten Multiplikationen aus.

a) $8 \cdot 9 = 72$ Deshalb weiss ich auch: $80 \cdot 90 = \dots$ $800 \cdot 900 = \dots$ $8 \cdot 9000 = \dots$ $90 \cdot 800 = \dots$	b) $5 \cdot 60 = 300$ Deshalb weiss ich auch: $500 \cdot 600 = \dots$ $5000 \cdot 60 = \dots$ $50 \cdot 6000 = \dots$ $500 \cdot 6000 = \dots$
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Abb. 1: Ausschnitt der Aufgabenstellung (Mathematik Primarstufe 5, AH, S. 9)

Die Schülerinnen und Schüler rechnen ausgehend von einer Multiplikation, vorgegebene verwandte Rechnungen aus. Damit dies möglich ist, müssen sie verstehen ...

- welches die Ausgangsrechnung ist,
- welche Beziehungen die vorgegebenen Rechnungen zur Ausgangsrechnung haben und
- welche Auswirkung diese Verwandtschaft auf das Resultat der neuen Multiplikation hat.
- dass Verwandtschaften für das Lösen von Multiplikationen dienlich sind.

Dadurch können sie das «Deshalb weiss ich auch» erschliessen.

Hinführung zur Aufgabe

Analog zur Arbeit mit der Grundlage für alle in diesem Thema (Handbuch 5, S. 133/134) wird das Multiplizieren mit Zehnerpotenzen angewendet, Zusammenhänge begründet und dadurch die Bedeutung des «Deshalb weiss ich auch» erarbeitet. Zum Beispiel:

Abb. 2: Beispiele von möglichen Bearbeitungen

Beschreiben und Begründen von Zusammenhängen zwischen den Rechnungen

- «Hier wurde die Multiplikation 8 mal 9 gewählt und oben mit dem Resultat hingeschrieben. Diese Multiplikation ist eine Multiplikation aus dem kleinen Einmaleins.»
- «Zu dieser Multiplikation 8 mal 9 wurden verwandte Rechnungen notiert. Beschreibt, warum diese verwandt sind.»
 - «Bei 8 mal 9000 ist der zweite Faktor tausendmal grösser. Es ist eine verwandte Rechnung. 8 mal 9 Tausend ergibt 72 Tausender. 72 Tausender sind 7 Zehntausender und 2 Tausender.»
 - «Bei 8 mal 9000 ist der zweite Faktor tausendmal grösser. Das Punktfeld hätte statt 9 in einer Reihe, 9000 in einer Reihe. Also tausendmal mehr. Darum ist das Resultat auch tausendmal mehr.»
 - «8 mal 9000 kann schrittweise abgeleitet werden. 8 mal 90 ist zehnmal mehr als 8 mal 9. 8 mal 900 ist nochmals zehnmal mehr, also hundertmal mehr als 8 mal 9. 8 mal 9000 ist tausendmal mehr als 8 mal 9. Ich kann auch sagen, dass 8 mal 9000 zehnmal und nochmals zehnmal und nochmals zehnmal mehr ist als 8 mal 9.»
 - «Bei 80 mal 90 ist jeder Faktor zehnmal grösser. Es ist eine verwandte Rechnung. Weil jeder Faktor zehnmal mehr ist, ist das Resultat hundertmal mehr.»
 - «90 mal 800 ist die Tauschrechnung von 800 mal 90. Beide haben dasselbe Punktfeld, darum haben sie dasselbe Resultat.»
 - ...
- «Wenn ihr 800 mal 900 nicht im Kopf könnt, welche Multiplikation würdet ihr zur Hilfe nehmen? Warum diese? Ist das eine Multiplikation, die ihr auch für andere Rechnungen nutzen könnt? Gibt es eine Multiplikation, die nicht notiert ist, die ihr aber auch zur Hilfe nehmen könnt? Warum diese?»
- «Wenn wir auf alle Aufgaben schauen, welche könnt ihr voneinander herleiten? Was ändert sich im ersten Faktor, was im zweiten Faktor? Was ändert sich im Resultat? Warum ändert sich dies im Resultat?»
- «Gibt es weitere verwandte Rechnungen, die hier aufgeführt werden könnten? Welche? Wie hängen diese mit den anderen Multiplikationen zusammen?»
- «Was nützt uns dies, dass wir wissen, dass eine Multiplikation viele verwandte Multiplikationen hat?»
- «Ist es auch bei anderen Operationen möglich, Resultate von anderen herzuleiten? Kann jemand ein Beispiel nennen?»
- «Die Multiplikation 80 mal 750 können wir von der ersten Aufgabe $8 \cdot 25$ herleiten. Dann wäre es das Zehnfache, nochmals das Zehnfache und noch das Dreifache. Wir können sie aber auch von der Aufgabe direkt oberhalb herleiten. Dann wäre es nur das Zehnfache beim ersten Faktor und das Zehnfache beim zweiten Faktor.»
- «Wir können sagen: Ich kenne die Aufgabe 8 mal 9 gleich 72, deshalb weiss ich auch viele weitere Aufgaben.»
 - «Gäbe es weitere verwandte Rechnungen, die zu 8 mal 9 passen? Welche?»
 - «Wir könnten auch das Doppelte (Dreifache, Hälfte) eines Faktors nehmen, dann wäre das Resultat auch doppelt (dreifach, halbiert).»
 - ...

Arbeit zu zweit: Bearbeiten der Aufgaben «Deshalb weiss ich auch» und Betrachten der Zusammenhänge

Anschliessend bearbeiten die Schülerinnen und Schüler zu zweit die Aufgaben «Deshalb weiss ich auch» (Mathematik Primarstufe 5, Arbeitsheft, S. 9). Sie sprechen gemeinsam analog zur Hinführung zur Aufgabe über die Zusammenhänge zwischen den Rechnungen und im Spezifischen über Zusammenhänge zwischen den Faktoren und den Resultaten. Sie begründen, warum sie ausgehend von einer Multiplikation das Resultat einer verwandten Rechnung kennen («Ich weiss ... mal ... ist Deshalb, weiss ich auch ... mal ..., weil ...»).

Dabei werden auch andere verwandte Rechnungen thematisiert (z. B. das Doppelte). Dazu stehen die Sprachkarten zur Verfügung.

die verwandte Rechnung		e	f	Nachzähler-Rechnung
10 - 56 hat viele verwandte Rechnungen. Zum Beispiel:		$6 \cdot 9000 = 54000$	$8 \cdot 25 = 200$	
10 - 28 die Hälfte		Deshalb weiss ich auch:	Deshalb weiss ich auch:	
5 - 56 die Hälfte		$3 \cdot 9000 = 27000$	$80 \cdot 250 = 20'000$	Die Hälfte
10 - 112 das Doppelte		$12 \cdot 9000 = 108000$	$8 \cdot 75 = 600$	Das Doppelte
20 - 56 das Doppelte		$6 \cdot 18000 = 108000$	$80 \cdot 750 = 60000$	Das Zehnfache $\cdot 10$
30 - 56 das Dreifache			$16 \cdot 250 = 4000$	Das Hundertfache $\cdot 100$
10 - 560 das Zehnfache				Das Tausendfache $\cdot 1000$
10 - 5600 das Hundertfache				Durch zehn
10 - 56000 das Tausendfache				
10 - 60 die Nachbarezehner-Rechnung				
56 - 10 die Tauschrechnung				
112 - 5 Rechnung mit gleichem Resultat				
28 - 20 Rechnung mit gleichem Resultat				
14 - 40 Rechnung mit gleichem Resultat				
7 - 80 Rechnung mit gleichem Resultat				

Abb. 3: Beispiel einer Sprachkarte zu «die verwandte Rechnung» und einer möglichen Bearbeitung der weiteren Aufgaben

Lernbegleitung durch die Lehrperson

Während dem Gespräch zu zweit gibt die Lehrperson passende Hinweise, damit das Gespräch der Schülerinnen und Schülern geeignete fachliche Richtungen einnimmt. Zum Beispiel:

- «Warum weisst du, dass das Resultat hundertmal grösser / gleich gross / ... ist?»
- «Erkläre, warum du sicher bist, dass das Resultat tausendmal mehr ist.»
- «Du siehst nicht, wie die Aufgabe verwandt ist. Schau mal bei den Sprachkarten nach, welche Arten von verwandten Aufgaben es gibt.»
- «Gäbe es noch weitere Rechnungen, die du weisst, weil du ... mal ... weisst? Welche?»
- ...

Mögliche Weiterarbeit

Die Schülerinnen und Schüler entwickeln analog zum obigen Gespräch eigene Aufgaben zu «Deshalb weiss ich auch» und sprechen über die Zusammenhänge zwischen den Aufgaben, den Faktoren und den Resultaten der Multiplikationen und deren verwandten Rechnungen.

Beispiel von sprachlichen Anforderungen in Aufgaben aus Mathematik Primarstufe 5, AH, S. 12

Aufgabe

5. Ergänze die fehlenden Zahlen im Rechenprotokoll.

Mit dieser Aufgabe vollziehen die Schülerinnen und Schüler verschiedene geeignete Rechenwege nach und bestimmen Teilresultate. Ergänzend sollen sie einen Rechenweg und mögliche Besonderheiten beschreiben können.

Damit dies möglich ist, müssen sie ...

- verschiedene Rechenwege bereits kennengelernt und verstanden haben,
- verschiedene Notationsformen für die einzelnen Rechenwege kennengelernt haben und nachvollziehen können,
- und die Darstellungen verstehen (markierte Stellen sind gesuchte Teilresultate).

Dazu benötigen die Schülerinnen und Schüler Begriffe (z. B. Teilrechnung, Multiplikation, ...) und Satzbausteine (z. B. Die Zahl wurde in Zehner, Einer, Hunderter zerlegt; Das Resultat ist ... (hundertmal) grösser; ...).

Abb. 4: Aufgabe zu Rechenwegen (Mathematik Primarstufe 5, AH, S. 12)

Hinführung zur Aufgabe

Analog zur Arbeit mit der Grundlage für alle in diesem Thema (Handbuch 5, S. 231) werden verschiedene Rechenwege zum Lösen von Multiplikationen nochmals aufgegriffen und Vorgehens- wie Notationsweisen beschrieben. Anschliessend bearbeitet die Lehrperson die Aufgabe exemplarisch, in dem sie beim Vorlösen laut denkt und so ihr Handeln sprachlich begleitet.

Abb. 5: Beispiel einer Bearbeitung

Modellierung durch die Lehrperson

- «Ich wähle die Aufgabe c. Ich sehe, dass hier der zweite Faktor zerlegt wurde.
- Der zweite Faktor wurde in Einer, Hunderter und Zehner zerlegt.
- Dann wurden mit den Zahlen mit einer Wertziffer Teilrechnungen gebildet.
- Diese Teilrechnungen rechne ich nun aus.
- 800 mal 6 kann ich nicht. Ich kann aber 8 mal 6. Das Resultat ist 48. 800 mal 6 sind hundertmal mehr als 8 mal 6, weil 800 hundertmal mehr als 8 ist. Darum ist das Resultat auch hundertmal mehr. 48 mal hundert sind 4800.
- 800 mal 50 kann ich nicht. Ich kann aber 8 mal 50. Das Resultat ist 400. 800 ist hundertmal mehr als 8. 800 mal 50 sind hundertmal mehr als 8 mal 50. Darum ist das Resultat von 800 mal 50 hundertmal mehr als das Resultat von 8 mal 50. 400 mal 100 sind 40 000.
- 800 mal 700 kann ich nicht. Ich kann aber 8 mal 7. Das Resultat ist 56. Dann leite ich das Resultat schrittweise her: 8 mal 70 sind zehnmal mehr, also 560, 8 mal 700 ist wiederum zehnmal mehr, also 5600, 80 mal 700 ist nochmals zehnmal mehr, also 56 000 und 800 mal 700 ist wieder zehnmal mehr, also 560 000.
- Jetzt muss ich verstehen, was auf die letzte Zeile kommt.
- Ich erkenne, dass hier alle Teilresultate schriftlich addiert wurden. Das mache auch.»

Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten anschliessend die Aufgaben des Arbeitshefts S. 12.

Gespräch zu zweit

Abb. 6: Beispiel einer Bearbeitung

Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten analoge Aufgaben zum Arbeitsheft (AH, S. 12)

Die Schülerinnen und Schüler wählen zu zweit eine analoge Aufgabe (z. B. 15 · 4536). Beide lösen die Aufgabe nach einem selbstgewählten Vorgehen. Die Schülerinnen und Schüler stellen sich das Vorgehen durch lautes Denken gegenseitig vor.

Anschliessend wählen sie eine weitere Multiplikation (z. B. 5960 · 24) und rechnen sie beide aus. Sie notieren ihren Rechenweg. Anschliessend verdecken (radieren oder neu notieren) sie die Teilresultate und tauschen für die gegenseitige Bearbeitung ihre Aufgaben aus. Mithilfe von lautem Denken lösen sie einander die Aufgaben vor und begründen ihr Vorgehen.

Zitation

Diener, Marion und Sandra von Grünigen. 2024. *Mustersetting sprachbewusster Mathematikunterricht (Primarstufe). Anhang Element 3: «Sprachliche Anforderungen in Aufgabenstellungen» – Beispiel für die 5. Klasse.* Zürich: Bildungsdirektion Kanton Zürich und Fachbereich Mathematik der Pädagogischen Hochschule Zürich.