

SPRACHBEWUSSTER MATHEMATIKUNTERRICHT
Mathematische Begriffe aufbauen

Lernanlass 1.1

Proportionalität

Proportional oder nicht proportional?

Zusammenhänge beschreiben, proportionale Zusammenhänge erkennen und begründen

Mit diesem Lernanlass kann gelernt werden, wie Zusammenhänge zwischen Grössen beschrieben sowie proportionale Zusammenhänge erkannt und begründet werden können. Er ist auf das Lehrmittelteilkapitel 3b «Proportionalität»¹ abgestimmt und kann am Anfang des Teilkapitels bearbeitet werden. Nur wer bei einer Sachsituation erkennt, ob es sich um eine proportionale oder um eine nicht proportionale Abhängigkeit handelt, kann korrekt entscheiden, ob und wie gerechnet werden kann. Beim Beschreiben, Erkennen und Begründen helfen drei Fokusfragen und passende Satzbausteine.

Im ersten Schritt werden die drei Fokusfragen und passende Satzbausteine erarbeitet und vertieft. Im zweiten Schritt arbeiten die Lernenden mit Situationskarten und üben zu begründen, ob ein Zusammenhang proportional ist oder nicht.



Abbildung 1: Lernende arbeiten mit den Situationskarten

¹ Mathematik 2 Sekundarstufe. 3b Proportionalität. Lehrmittelverlag Zürich.



Dieser Lernanlass und das zugehörige Material wurden von Corinne Leu entwickelt und in Zusammenarbeit mit Ana Iglesias (Fachdidaktik Deutsch) überarbeitet. Der Lernanlass kann unter der Creative-Commons-Lizenz CC BY-SA 4.0 (Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen) verwendet werden.

Zitierbar als

Leu, Corinne. 2025. Sprachbewusster Mathematikunterricht. Lernanlass 1.1 (Zyklus 3): Proportional oder nicht proportional? Zusammenhänge beschreiben, proportionale Zusammenhänge erkennen und begründen. Zürich: Bildungsdirektion Kanton Zürich und Fachbereich Mathematik der Pädagogischen Hochschule Zürich.

Zusätzliches Dokument

- Material für die Lernanlässe 1.1 und 1.2 (Zyklus 3): «Proportional oder nicht proportional?» und «Wie geht man beim Lösen von Sachproblemen vor?».

Die Lernanlässe und die Materialien wurden erprobt in den Klassen von

- Elisa Nyffenegger der Schule Hatzenbühl, Nürensdorf ZH
- Petar Krnjic der Schule im Roos, Muri AG

Die Verfasserin dankt den Lehrpersonen und allen beteiligten Lernenden.

Die Fotos und die Visualisierungen wurden von der Autorin selbst erstellt.

Inhalt und Überblick

0 Orientierung

Kompetenzstufen und Lernziele	4
Verankerung in den Lehrmitteln	4
Typische Lehrmittelaufgabe	4
Voraussetzungen	4
Fachliche Kernelemente des Konzepts «Proportionalität»	5

1 Erarbeiten und Vertiefen unter Anleitung der Lehrperson

Übersicht zum Erarbeiten und Vertiefen	6
Sprachkarte mit den Fokusfragen und Satzbausteinen (Abbildung 3)	7
Mögliche Beispielaufgabe für die Erarbeitung	8
Überblick über die Aufgaben zur Vertiefung und die verschiedenen Fälle (Tabelle 1)	8
Lernende arbeiten mit der Sprachkarte und den Aufgaben zur Vertiefung (Abbildung 4)	8
Unterrichtsskizze für die Lehrperson mit möglichem Vorgehen	9
5 Aufgaben zur Vertiefung und Begründungen entlang der Fokusfragen	10

2 Üben

Übersicht zum Üben	12
Auftrag für die Lernenden	12
Set mit Situationskarten für die Lernenden zum Üben (Abbildung 5)	13
Lernende arbeiten mit den Situationskarten (Abbildung 6)	13
Überblick über die Situationen zum Üben und die verschiedenen Fälle (Tabelle 2)	13

Anhang: Konkretisierungsraster

Konkretisierungsraster Lernanlass 1.1	14
---	----

Material für die Lehrperson (separates Dokument)

- Sprachkarte mit den Fokusfragen und Satzbausteinen
- Mögliche Beispielaufgabe für die Erarbeitung
- Aufgaben für die Lernenden zur Vertiefung
- Auftrag für die Lernenden zum Üben
- 12 Situationskarten für die Lernenden zum Üben



Kompetenzstufen und Lernziele

Aus dem Lehrplan²

- ▶ Schülerinnen und Schüler können funktionale Zusammenhänge formulieren und begründen
MA.3.B.1g
- ▶ Schülerinnen und Schüler erkennen proportionale (Erweiterung: umgekehrt proportionale) Zusammenhänge in Sachsituationen MA.3.C.2 f

Verankerung in den Lehrmitteln

- Mathematik 2 Sekundarstufe: 3b Proportionalität¹
- Mathematik 2 Klick: 3b Proportionalität³

Typische Lehrmittelaufgabe⁴

Um bei einer gegebenen Sachsituation richtig rechnen zu können, muss man erkennen, wie die beiden Grössen voneinander abhängen.

a Der Hauswart reinigt am Montag 4 Klassenzimmer und benötigt dazu 2 Stunden.
Wie viel Zeit wird er am Mittwoch für die weiteren 6 Klassenzimmer einplanen müssen?

Anzahl			
Zeit [h]			

Proportional? ja nein

Antwort:

Voraussetzungen, die im Lehrmittelkapitel 3a «Zuordnungen und Abhängigkeiten»⁵ erarbeitet werden

Die Lernenden sind vertraut mit den Begriffen «Zuordnung» und «Abhängigkeit» und damit mit den Fokusfragen 1 und 2 sowie den dazugehörigen Sprachmitteln.

² Lehrplan 21: 3 Grössen, Funktionen, Daten und Zufall: B Erforschen und Argumentieren / C Mathematisieren und Darstellen; Kompetenzstufen, die grau markiert sind, gehören zu den Grundansprüchen

³ Mathematik 2 Klick. 3b Proportionalität. Lehrmittelverlag Zürich.

⁴ Mathematik 2 Sekundarstufe: Arbeitsheft I, 76–79; Arbeitsheft III, 64. Lehrmittelverlag Zürich.

⁵ Mathematik 2 Sekundarstufe: Lehrmittelverlag Zürich.

Fachliche Kernelemente des Konzepts «Proportionalität»

- Grössen
- funktionale Zusammenhänge
- Zuordnungen und Abhängigkeiten
- proportionale Zusammenhänge:
 - ↳ Bedeutung von «pro Portion» als Eigenschaft
 - ↳ Bedingung: «kein fixer Grundbetrag» / «Ausgangswert null»
 - ↳ gemeinsame, gleichmässige Veränderung
 - ↳ Bedeutung der Multiplikation als Eigenschaft

1 Erarbeitung und Vertiefung unter Anleitung der Lehrperson

Drei zentrale Fokusfragen helfen, einen proportionalen Zusammenhang zu beschreiben, zu erkennen und zu begründen (Abbildung 3). Die Begriffe «Zuordnung» und «Abhängigkeit» werden im vorhergehenden Lehrmittelteilkapitel⁶ erarbeitet, und es bietet sich an, diese Erarbeitung mit den Fokusfragen 1 und 2 zu koppeln. Beide Fokusfragen können als Annäherung an den Begriff «proportional» dienen. Die Fokusfrage 2 ist ein optionaler Schritt, bei dem entschieden wird, ob die zwei Grössen grundsätzlich «abhängig» voneinander sind, d. h., ob sie beispielsweise der Aussage «je mehr ..., desto mehr ...» genügen. Die zentrale Frage für den Entscheid, ob der Zusammenhang proportional ist, ist die Fokusfrage 3.

Die *Sprachmittel auf der Sprachkarte* (siehe Abbildung 3) sind für die Lernenden während des Unterrichts sichtbar, entweder auf einem Plakat oder als persönliche Sprachkarte. Bei den Sprachmitteln auf der Sprachkarte handelt es sich um eine Auswahl. Je nach Zielgruppe müssen die Sprachmittel angepasst werden. Eine Übersicht über die gängigen Eigenschaften und Bedingungen der Proportionalität findet sich auf dem *Konkretisierungsraster* im Anhang, z. B. die Bedeutung von «pro Portion» als Eigenschaft.

Wie man mit den drei Fokusfragen prüfen kann, ob ein Zusammenhang proportional ist, wird mit einer passenden Aufgabe (siehe Seite 8) und der Sprachkarte erarbeitet (siehe Abbildungen 2 und 3). Ein mögliches Vorgehen ist auf Seite 9 skizziert.

Auf den Seiten 10 und 11 finden sich vier Aufgaben A, B, C und D aus dem Lehrmittel für die Lernenden zur Vertiefung und eine Aufgabe W zum Weiterdenken für leistungsstärkere Lernende. Die Aufgaben stellen verschiedene Fälle dar. Tabelle 1 gibt einen Überblick über die verschiedenen Fälle, und Abbildung 4 zeigt, wie Lernende mit der Sprachkarte und den Aufgaben zur Vertiefung arbeiten.

Die Zusammenhänge in den *Aufgaben zur Erarbeitung und Vertiefung* und die *Situationskarten zum Üben des Lernanlasses 1.1* sind so gewählt, dass sie die Grenzen des Begriffs «proportional» ausloten und zum Nachdenken anregen.



Abbildung 2: Erarbeitung der Sprachmittel unter Anleitung der Lehrperson

⁶ Mathematik 2 Sekundarstufe. 3a Zuordnungen und Abhängigkeiten. Lehrmittelverlag Zürich.

Proportional oder nicht proportional?

1 Um welche zwei Grössen geht es?

Es geht um ... und

2 Sind die zwei Grössen abhängig voneinander?

Wenn sich Grösse 1 verändert,
dann verändert sich auch Grösse 2.

.....
Je mehr ... , desto mehr/weniger ...
mehr, schneller, grösser, länger, ...
weniger, langsamer, kleiner, kürzer, ...

→ Die zwei Grössen **sind abhängig voneinander.**

Wenn sich Grösse 1 verändert,
dann verändert sich Grösse 2 **nicht.**

.....
Je mehr ... , desto mehr/weniger ... , stimmt **nicht.**

→ Die zwei Grössen **sind nicht abhängig voneinander.**

3 Sind die zwei Grössen proportional abhängig voneinander?

Wenn sich Grösse 1 verändert,
dann verändert sich Grösse 2 gleichmässig.

.....
Wenn man Grösse 1 verdoppelt,
dann verdoppelt sich auch Grösse 2.
verdoppelt, verdreifacht, vervierfacht, usw.
halbiert, drittelt, viertelt, usw.

Das ist für jede Anzahl so.
jede Menge, jeden Preis ...

Es gibt keinen Grundbetrag.
Die beiden Grössen haben den Ausgangswert null.

→ Die zwei Grössen **sind proportional abhängig voneinander.**

Wenn sich Grösse 1 verändert,
dann verändert sich Grösse 2 **nicht** gleichmässig.

.....
Wenn man Grösse 1 verdoppelt,
dann verdoppelt sich Grösse 2 **nicht.**

Das ist **nicht** für jede Anzahl so.

Es gibt einen Grundbetrag.
Die beiden Grössen haben **nicht** den Ausgangswert null.

→ Die zwei Grössen **sind nicht proportional abhängig voneinander.**



Abbildung 3: Sprachkarte mit den Fokusfragen und den Sprachmitteln

Mögliche Beispielaufgabe⁷ für die Erarbeitung

200 g Marroni kosten 6 Fr. Wie viel kosten 500 g?

Entscheidung und mögliche Begründung entlang der Fokusfragen:

1 Um welche zwei Grössen geht es?

Es geht um die Menge Marroni in Gramm und den Preis in Franken.

2 Sind die zwei Grössen abhängig voneinander?

Wenn man die Menge Marroni verändert, dann verändert sich der Preis.

Je mehr Marroni man kauft, desto höher ist der Preis.

→ Die zwei Grössen sind abhängig voneinander.

3 Sind die zwei Grössen proportional abhängig voneinander?

Wenn man die Menge Marroni verändert, dann verändert sich der Preis gleichmässig.

Wenn man die doppelte Menge Marroni kauft, dann muss man den doppelten Preis bezahlen.

Das ist für jede Menge so. Denn es gibt keinen Mengenrabatt.

Es darf keinen fixen Betrag, zum Beispiel für die Verpackung, geben.

→ Die zwei Grössen sind **proportional abhängig voneinander**.

Tabelle 1: Überblick über die Aufgaben zur Vertiefung und die verschiedenen Fälle

Aufgaben	Beispiel	A	B	C	D	W
nicht abhängig				x		
abhängig	x	x	x		x	x
proportional abhängig	x	x				
nicht proportional abhängig			x	x		x
umgekehrt proportional abhängig					x	
quadratisch abhängig						x



Abbildung 4: Erarbeitung des Sprachschatzes zum Thema «Proportional oder nicht proportional?» im Zyklus 3 mithilfe der Sprachkarte und der Aufgaben zur Vertiefung

⁷ Aufgabe angepasst nach: Mathematik 2 Sekundarstufe: Themenbuch. Lehrmittelverlag Zürich.

Unterrichtsskizze für die Lehrperson mit möglichem **Vorgehen für die Erarbeitung und die Vertiefung:**

Vorwissen abholen

Fragen, mit denen der Lernprozess durch die Lehrperson unterstützt werden kann:

- Was bedeutet proportional? Diskutiert zu zweit. Schreibt auf, was «proportional» bedeutet. [Auf Karten oder mit digitalem Tool. Einzelne Erklärungen werden in der Klasse diskutiert. Wichtige Begriffe werden an der Tafel notiert, z. B. «abhängig», «Grössen», «wird mehr/weniger», «sich gleichmässig verändern».]
- Wie kann man erkennen, ob zwei Grössen proportional abhängig voneinander sind? Das werden wir jetzt herausfinden.
- Wozu ist das wichtig? Das ist wichtig, damit wir entscheiden können, wie wir rechnen müssen.
- Drei Fokusfragen helfen zu prüfen, ob zwei Grössen proportional abhängig voneinander sind.

Die Lehrperson modelliert das Vorgehen entlang der Fokusfragen und einer Beispielaufgabe (Seite 8) und führt die Sprachmittel ein. Die Fokusfragen und die Sprachmittel sind für die Lernenden auf der Sprachkarte sichtbar.

1 Um welche zwei Grössen geht es?

Worauf muss man achten, wenn man herausfinden möchte, um welche Grössen es geht? Welche Grössen kennt ihr? Welche Einheiten gehören zu welcher Grösse? Markiert die beiden Grössen und Einheiten im Text.

2 Sind die beiden Grössen abhängig voneinander?

Wenn ein Satz Sinn macht wie: Wenn sich Grösse 1 verändert, dann verändert sich auch Grösse 2.

ODER

Wenn ein Satz Sinn macht wie: Je mehr ..., desto mehr/weniger ...

Dann: Die zwei Grössen sind abhängig voneinander.

3 Sind die zwei Grössen proportional abhängig voneinander?

Wenn ein Satz Sinn macht wie: Wenn sich Grösse 1 verändert, dann verändert sich Grösse 2 gleichmässig.

ODER

Wenn ein Satz Sinn macht wie: Wenn man Grösse 1 verdoppelt, dann verdoppelt sich auch Grösse 2.

Wichtig: Das muss für jede Menge so sein. Es darf keinen Grundbetrag geben.

Dann: Die zwei Grössen sind proportional abhängig voneinander.

Auftrag erteilen

- Beantwortet nun für die Aufgaben A, B, C und D (W: zum Weiterdenken) (Seite 10) die drei Fokusfragen. Entscheidet, ob der Zusammenhang proportional ist.
- Ihr könnt auch leere Tabellen als Hilfe nutzen.

Die Lernenden beantworten die Fokusfragen z. B. zuerst allein, und besprechen danach zu zweit.

Die Antworten auf die drei Fokusfragen werden in einem moderierten Klassengespräch besprochen. Anschliessend wird das Vorgehen zusammengefasst, und die Fälle werden miteinander verglichen (siehe Tabelle 1).

Nachfolgend mögliche Fragen/Aufforderungen für die Moderation:

- Beschreibe den Zusammenhang in Aufgabe ...
- Bitte sag, ob der Zusammenhang in Aufgabe ... proportional ist und begründe deine Entscheidung.
- Ihr seid anderer Meinung. Warum?
- Wir haben die Satzbausteine auf der Sprachkarte, wir können dort nachschauen. Welches Verb können wir bei A im Zusammenhang mit dem Preis verwenden?
- Bitte erkläre nochmals genau, wie du vorgegangen bist.
- Bitte erkläre, wie Ben vorgegangen ist.
- Kannst du das Vorgehen von Sanja anhand deiner Aufgabe erklären?
- Begründe nochmals, warum der Zusammenhang proportional ist.
- Bitte fasse nochmals zusammen, wann zwei Grössen abhängig voneinander sind.
- Bitte vervollständige diesen Satz: Wenn zwei Grössen nicht abhängig voneinander sind, dann ...
- Bitte vervollständige diesen Satz: Wenn zwei Grössen nicht proportional abhängig voneinander sind, dann ...
- ...
- Was wäre, wenn bei Aufgabe D die Frage stattdessen lauten würde: Wie viele Stunden bräuchte er für 4 Klassenzimmer?
- Bitte fasse nochmals zusammen, wodurch sich die vier Fälle A, B, C und D unterscheiden.
- Bitte nenne ein anderes Beispiel für den Fall A (B, C, D).
- ...
- Bitte fasse nochmals zusammen: Wie kann man prüfen, ob ein Zusammenhang proportional ist?
- Worauf muss man besonders achten?
- Braucht es alle drei Fragen? Welche nicht unbedingt?

So könnte es weitergehen:

Zum **Üben** bearbeiten die Lernenden mehrere Situationen z. B. zu zweit (siehe Seite 12 ff.):

- Eine Person liest die Situation vor und entscheidet mithilfe der Fokusfragen, ob der Zusammenhang proportional ist.
- Die andere Person hört zu.
- Danach gemeinsame Besprechung der Entscheidung und der Begründung.
- Rollenwechsel, usw.

Aufgaben⁸ für die Lernenden zur Vertiefung

A 1.5 l Allesreiniger kosten Fr. 5.10.
3 l Allesreiniger kosten Fr. 10.20.
Wie viel kosten 2 l Allesreiniger?

B Loredana ist heute 32 Jahre alt. Ihre Tochter Isabel ist 5 Jahre alt.
Nimm an, dass Loredana doppelt so alt sei.
Ist Isabel dann auch doppelt so alt wie heute?

C Ein Zug mit 30 Passagieren braucht 45 Minuten für die Strecke von A nach B.
Wie lange dauert die gleiche Fahrt mit 60 Passagieren?

D Taulant hilft dem Hauswart beim Putzen des Schulhauses.
Für das Putzen eines Klassenzimmers braucht Taulant 2 Stunden.
Wie viele Stunden bräuchte er für das gleiche Klassenzimmer, wenn ihm noch 3 Freunde helfen würden?

W Sind die Seitenlänge eines Quadrates und der Flächeninhalt des Quadrates proportional abhängig voneinander? Entscheide und begründe.

⁸ Aufgaben A-D aus: Mathematik 2 Klick: Arbeitsheft 81–82. Lehrmittelverlag Zürich.

Entscheidung und mögliche Begründungen entlang der Fokusfragen zu den Aufgaben

A	<p>1 Es geht um die Menge Allesreiniger in Litern und um den Preis in Franken.</p> <p>2 Je mehr Allesreiniger ich kaufe, desto höher ist der Preis. → Die zwei Grössen sind abhängig voneinander.</p> <p>3 Wenn ich doppelt so viele Liter Allesreiniger kaufe, dann muss ich einen doppelt so hohen Preis bezahlen. → Die zwei Grössen sind proportional abhängig voneinander.</p>
B	<p>1 Es geht um das Alter von Loredana und das Alter der Tochter.</p> <p>2 Je älter Loredana wird, desto älter wird ihre Tochter. → Die zwei Grössen sind abhängig voneinander.</p> <p>3 Wenn Loredana doppelt so alt ist (wie jetzt), dann ist ihre Tochter nicht doppelt so alt (wie jetzt). → Die zwei Grössen sind nicht proportional abhängig voneinander.</p>
C	<p>1 Es geht um die Anzahl der Passagiere und um die Fahrzeit in Minuten.</p> <p>2 Wenn sich die Anzahl der Passagiere verändert, dann verändert sich die Fahrzeit nicht. → Die zwei Grössen sind nicht abhängig voneinander. Deshalb sind sie auch nicht proportional abhängig voneinander.</p>
D	<p>1 Es geht um die Anzahl der Personen und um die Arbeitszeit in Stunden.</p> <p>2 Je mehr Personen putzen, desto weniger Arbeitszeit benötigen sie. → Die zwei Grössen sind voneinander abhängig.</p> <p>3 Wenn doppelt so viele Personen putzen, dann brauchen sie halb so viel Arbeitszeit. → Die zwei Grössen sind nicht proportional abhängig voneinander. Sie sind umgekehrt proportional abhängig voneinander.</p>
W	<p>1 Es geht um die Seitenlänge eines Quadrates und um den Flächeninhalt des Quadrates.</p> <p>2 Je länger die Seitenlänge des Quadrates ist, desto grösser ist der Flächeninhalt. → Die zwei Grössen sind abhängig voneinander.</p> <p>3 Wenn man die Seitenlänge verändert, dann verändert sich der Flächeninhalt nicht gleichmässig. Wenn man die Seitenlänge verdoppelt, dann verdoppelt sich der Flächeninhalt nicht. Der Flächeninhalt vervierfacht sich. → Die zwei Grössen sind nicht proportional abhängig voneinander.</p>

2 Üben

Mit dem folgenden Auftrag üben die Lernenden selbstständig, erstens zu untersuchen und zu entscheiden, ob es sich bei der Sachsituation um einen proportionalen Zusammenhang handelt, und zweitens ihre Entscheidung zu begründen. Der Auftrag ist unten beschrieben. Die zwölf Situationskarten zeigen auf der Kartenvorderseite (blau) die Situation⁹ und die Fokusfragen. Auf der Kartenrückseite (weiss) steht der Zieltext zu den Fokusfragen (siehe Abbildungen 5 und 6). Die Situationen stammen aus den Arbeitsheften des Lehrmittels. Die Tabelle 2 gibt einen Überblick über die verschiedenen Fälle.

Auftrag für die Lernenden zum Üben

Proportional oder nicht proportional?

- a) Arbeitet zu zweit.
- b) Setzt euch einander gegenüber an einen Tisch.
- c) Legt die Situationskarten mit der blauen Seite nach oben auf den Tisch.
- d) Stellt den Kartenhalter in die Mitte zwischen euch.
- e) Legt eure Sprachkarte vor euch hin.
- f) Lest zuerst die Rolle A und dann die Rolle B ganz durch.

MATERIAL

- 1 Set mit Situationskarten
- 1 Kartenhalter
- 1 Sprachkarte pro Person

Rolle A

- 1 Ziehe eine Situationskarte.
Klemme die Karte in den Kartenhalter, sodass du die blaue Kartenseite siehst.
Lies die Situation auf der blauen Kartenseite vor.
- 2 Beschreibe den Zusammenhang in der Situation:
Beantworte dazu die Fokusfragen und nutze die Satzbausteine auf der Sprachkarte.
Du musst die Lösung der Aufgabe nicht ausrechnen.
- 3 Prüfe und entscheide, ob die Grössen proportional abhängig voneinander sind.
Begründe deine Entscheidung.

Rolle B

- 1 Höre still zu und vergleiche die Antworten, die Entscheidung und die Begründung mit dem Zieltext auf der weissen Kartenseite.
- 2 Gib der Person A eine Rückmeldung:
 - War die Entscheidung korrekt?
 - Waren die Antworten auf die Fokusfragen korrekt?
 - Was sind korrekte Antworten auf die Fokusfragen?
 - Wie hätte es auch gesagt werden können?

- g) Die jüngere Person beginnt mit der Rolle A.
- h) Wechselt die Rollen. Startet wieder bei 1 bis ihr alle Karten bearbeitet habt.
- i) *Wenn ihr alle Karten bearbeitet habt:*
 - Findet weitere proportionale Zusammenhänge. Beschreibt sie auf einer leeren Karte und begründet auf der Kartenrückseite, warum sie proportional sind.
 - Findet weitere nicht proportionale Zusammenhänge. Beschreibt sie auf einer leeren Karte und begründet auf der Kartenrückseite, warum sie nicht proportional sind.

⁹ Situationen aus: Mathematik 2 Sekundarstufe: Arbeitsheft I, II, III und Mathematik 2 Klick: Arbeitsheft. Lehrmittelverlag Zürich.



Abbildung 5: Set mit Situationskarten für die Lernenden zum Üben



Abbildung 6: Lernende arbeiten mit den Situationskarten und üben, Zusammenhänge zwischen Grössen zu beschreiben, proportionale Zusammenhänge zu erkennen und zu begründen

Tabelle 2: Überblick über die Situationen zum Üben und die verschiedenen Fälle

Situationen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
nicht abhängig			x									
abhängig	x	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x
proportional abhängig	x	(x)		x		x			x		x	
nicht proportional abhängig		(x)	x									
umgekehrt proportional abhängig					x		x	x		x		x
quadratisch abhängig												

Anhang: Konkretisierungsraster

Das Konkretisierungsraster für den Lernanlass 1.1 gibt einen Überblick über die allgemeinen Eigenschaften und Bedingungen von proportionalen Zusammenhängen. Für den Lernanlass 1.1 wurden Sprachmittel ausgewählt, die für das Kapitel des Lehrmittels zentral sind. Andere, die in der Primarstufe thematisiert wurden, wie z. B. die Bedeutung «pro Portion» als Eigenschaft, sind auf dem Konkretisierungsraster ersichtlich, wurden jedoch nicht in den Lernanlass 1.1 aufgenommen. Je nach Zielgruppe und Vorwissen müssen ggf. andere Sprachmittel für den Lernanlass 1.1 gewählt werden.

Bevor man bei einer gegebenen Sachsituation mit dem Rechnen beginnen kann, muss entschieden werden, ob zwei Grössen proportional abhängig voneinander sind. Bei den Sprachhandlungen und -mitteln dieses Konkretisierungsrasters geht es vorerst um die Bedeutung von Proportionalität, also um konzeptuelles Wissen. Daher wird der Begriff «Grössen» verwendet und nicht «Werte der Grössen» oder «Wertepaare». Hier wird nicht auf die Fragen eingegangen, wie mit den Tabellen zu rechnen ist und wie proportionale Zusammenhänge im Koordinatensystem dargestellt werden.

Das Beispiel «Marroni» ist aus der Aufgabe 2 im Themenbuch¹⁰. Es wird als mathematisches Modell genutzt.

¹⁰ Mathematik 2 Sekundarstufe. 3b Proportionalität: Themenbuch. Lehrmittelverlag Zürich.

Konkretisierungsraster für den Lernanlass 1.1

Sprachmittel (Satzbausteine)	Fokusfragen Sprachhandlungen und ausformulierter Zieltext (neue) Fachbegriffe themenunabhängige (DaZ-)Sprachmittel																								
Es geht um ... und	<p>1 Um welche zwei Grössen geht es?</p> <p>Benennen der beteiligten Grössen und, falls vorhanden, deren Einheiten Es geht um die Menge Marroni in Gramm und den Preis in Franken.</p>																								
<p>Wenn sich ... verändert, dann verändert sich ... (nicht).</p> <p>Je ... , desto mehr, schneller, grösser, höher, ... weniger, langsamer, kleiner, tiefer, ...</p> <p>... sind (nicht) abhängig voneinander. Deshalb: ...</p> <p>... hängt (nicht) von ... ab, weil hängt (nicht) ab von ..., weil ist (nicht) abhängig von ..., denn ...</p> <p>Die zwei Grössen sind (nicht) abhängig voneinander, denn ...</p>	<p>2 Sind die zwei Grössen abhängig voneinander? (optional)</p> <p>Beschreiben der Abhängigkeit / des allgemeinen Zusammenhangs</p> <p>Wenn sich die Menge Marroni verändert, dann verändert sich auch der Preis. Gegenbeispiel: Wenn sich die Menge Marroni verändert, dann verändert sich der Preis nicht.</p> <p style="text-align: center;">verändert sich</p> <p>Nicht abhängig</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>Menge [g]</td> <td>100</td> <td>200</td> <td>300</td> <td>400</td> <td>500</td> </tr> <tr> <td>Preis [Fr.]</td> <td>4</td> <td>4</td> <td>4</td> <td>4</td> <td>4</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">verändert sich nicht</p> <p>Je mehr Marroni man kauft, desto höher ist der Preis.</p> <p style="text-align: center;">abhängig</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>Menge [g]</td> <td>100</td> <td>200</td> <td>300</td> <td>400</td> <td>500</td> </tr> <tr> <td>Preis [Fr.]</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>9</td> <td>12</td> <td>15</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">desto mehr desto mehr</p> <p>Begründen der Abhängigkeit / des Zusammenhangs</p> <ul style="list-style-type: none"> → Wenn sich die Menge Marroni verändert, dann verändert sich auch der Preis. Je mehr Marroni man kauft, desto höher ist der Preis. Deshalb: Die beiden Grössen sind abhängig voneinander. → Der Preis hängt von der Menge Marroni ab, weil sich der Preis verändert, wenn man die Menge Marroni verändert. → Der Preis ist abhängig von der Menge Marroni, denn je mehr Marroni man kauft, desto mehr muss man bezahlen. → Die zwei Grössen sind abhängig voneinander, denn je mehr Marroni man kauft, desto mehr muss man bezahlen. 	Menge [g]	100	200	300	400	500	Preis [Fr.]	4	4	4	4	4	Menge [g]	100	200	300	400	500	Preis [Fr.]	3	6	9	12	15
Menge [g]	100	200	300	400	500																				
Preis [Fr.]	4	4	4	4	4																				
Menge [g]	100	200	300	400	500																				
Preis [Fr.]	3	6	9	12	15																				

<p>Proportionalität</p> <p>pro Portion das Gleiche pro ... kommt (nicht) immer ... dazu/weg ... steigt/sinkt pro ... (nicht) immer um vergrößert/verkleinert sich pro ... (nicht) immer um ...</p> <p>keinen/einen fixen (Grund-)Betrag Die beiden Grössen haben den Ausgangswert (nicht) null.</p> <p>Wenn es/man ..., dann</p> <p>verändert sich ... (nicht) gleichmässig wird ... (nicht) gleichmässig mehr/weniger steigt/sinkt ... (nicht) gleichmässig (an) vergrößert/verkleinert sich ... (nicht) gleichmässig ... keinen/einen Mengenrabatt gibt, ...</p> <p>Wenn man ..., dann ... (nicht). verdoppelt, verdreifacht, vervierfacht, vervielfacht usw. halbiert, drittelt, viertelt, durch fünf teilt usw. doppelte(n), dreifache(n), vierfache(n), fünffache(n) usw. halbe(n), ein Drittel des/der Das muss für jede(n) Menge/Anzahl/Preis/... so sein.</p> <p>... sind (nicht) proportional abhängig voneinander.</p> <p>Die zwei Grössen sind (nicht) proportional abhängig voneinander, weil hängt (nicht) proportional von ... ab, denn ist/sind (nicht) proportional, weil ... Deshalb sind die zwei Grössen (nicht) proportional abhängig voneinander.</p>	<p>3 Sind die beiden Grössen proportional abhängig voneinander?</p> <p>Proportionale Abhängigkeiten/Zusammenhänge beschreiben</p> <p>Erklären der Bedeutung von «pro Portion» als Eigenschaft Pro Portion gibt es einen festen Preis. Pro Portion kommt immer das Gleiche dazu. Der Preis pro 100 g Marroni ist 3 Fr. Pro 100 g kommen immer 3 Franken dazu. Der Preis steigt pro 100 g immer um 3 Franken.</p> <p>Proportionale Preistabelle:</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>Menge [g]</td> <td>0</td> <td>100</td> <td>200</td> <td>300</td> <td>400</td> <td>600</td> </tr> <tr> <td>Preis [Fr.]</td> <td>0</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>9</td> <td>12</td> <td>18</td> </tr> </table> <p>Erklären der Bedingung «kein fixer Grundbetrag» / «Ausgangswert null» Es darf keinen fixen Grundbetrag geben. Das bedeutet, die beiden Grössen haben den Ausgangswert null. Wenn die Marroniverkäuferin einen fixen Betrag für die Verpackung berechnet, dann ist der Ausgangswert nicht null und der Preis nicht proportional abhängig vom Gewicht.</p> <p>Nicht proportionale Preistabelle mit fixem Betrag für die Verpackung:</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>Menge [g]</td> <td>0</td> <td>100</td> <td>200</td> <td>300</td> <td>400</td> <td>600</td> </tr> <tr> <td>Preis [Fr.]</td> <td>2</td> <td>5</td> <td>8</td> <td>11</td> <td>14</td> <td>20</td> </tr> </table> <p>Beschreiben der gemeinsamen Veränderung (Kovariation) Wenn es keinen Mengenrabatt gibt, dann steigt der Preis gleichmässig, d. h., er steigt pro 100 g immer um 3 Fr. Der Preis wird immer gleichmässig mehr. Die beiden Grössen verändern sich gleichmässig. Es darf keinen Mengenrabatt geben.</p> <p>Wenn es einen Mengenrabatt gibt, dann verändern sich die Grössen nicht gleichmässig, und sie sind somit nicht proportional abhängig voneinander.</p> <p>Nicht proportionale Preistabelle mit Mengenrabatt:</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>Menge [g]</td> <td>0</td> <td>100</td> <td>200</td> <td>300</td> <td>400</td> <td>600</td> </tr> <tr> <td>Preis [Fr.]</td> <td>0</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>9</td> <td>10</td> <td>16</td> </tr> </table> <p>Erklären der Bedeutung der Multiplikation als Eigenschaft Wenn man die Menge Marroni verdoppelt, dann verdoppelt sich auch der Preis. Wenn man die dreifache Menge Marroni kauft, dann bezahlt man den dreifachen Preis. Wenn man die Menge Marroni halbiert, dann halbiert sich auch der Preis. Wenn man ein Drittel der Menge Marroni kauft, dann bezahlt man ein Drittel des Preises. Das muss für jede Menge Marroni so sein.</p> <p>Proportionale Abhängigkeit/Zusammenhänge erkennen und begründen</p> <ul style="list-style-type: none"> → Wenn man die Menge Marroni verdoppelt, dann verdoppelt sich auch der Preis. Deshalb: Die beiden Grössen sind proportional abhängig voneinander. → Der Preis hängt von der Menge Marroni proportional ab, weil es keinen fixen Grundbetrag gibt und pro Portion immer das Gleiche dazu oder weg kommt. → Die zwei Grössen sind proportional abhängig voneinander, weil sie sich gleichmässig verändern. → Der Preis hängt proportional von der Menge ab, denn wenn man die eine Grösse verdreifacht, dann verdreifacht sich die andere Grösse ebenfalls. Das muss für jede Menge so sein. 	Menge [g]	0	100	200	300	400	600	Preis [Fr.]	0	3	6	9	12	18	Menge [g]	0	100	200	300	400	600	Preis [Fr.]	2	5	8	11	14	20	Menge [g]	0	100	200	300	400	600	Preis [Fr.]	0	3	6	9	10	16
Menge [g]	0	100	200	300	400	600																																					
Preis [Fr.]	0	3	6	9	12	18																																					
Menge [g]	0	100	200	300	400	600																																					
Preis [Fr.]	2	5	8	11	14	20																																					
Menge [g]	0	100	200	300	400	600																																					
Preis [Fr.]	0	3	6	9	10	16																																					